

高减比准双曲面齿轮接触与弯曲应力的计算与分析

杨开旺¹ 魏冰阳¹ 杨建军^{1,2} 王 威¹

(1. 河南科技大学 机电工程学院, 洛阳 471003)

(2. 龙门实验室, 洛阳 471000)

摘要:【目的】高减比准双曲面(High Reduction Hypoid, HRH)齿轮几何参数与轮齿结构复杂,作为一种广义的新型锥齿轮传动形式,其工作接触应力与弯曲应力计算方法缺乏,有必要针对上述问题进行研究。【方法】首先,在分析HRH齿轮的几何参数设计要点的基础上,给出了ISO标准关于准双曲面齿轮的工作应力计算方法;其次,因HRH齿轮超出ISO标准适用范围,为适应其强度计算,对ISO标准中的当量齿数和大轮轮齿弯曲力臂计算式进行修正;然后,以齿数比3:60的HRH齿轮为例,推导了完整的HRH齿轮工作应力计算方法及流程;最后,通过建立精确的HRH齿轮三维模型,利用大型有限元分析软件,获得了齿轮相应的工作接触和弯曲应力计算。【结果】结果表明,采用ISO标准与有限元法的计算结果相近,ISO标准的适用范围得以拓展,同时也证明了提出的ISO标准修正方法的正确性和工程应用的可行性。

关键词: 高减比准双曲面齿轮; ISO标准; 计算方法修正; 有限元分析; 工作应力计算

中图分类号: TH132 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2026.06.015

0 引言

高减比准双曲面(High Reduction Hypoid, HRH)齿轮具有单级传动比大、重量小和传动平稳的特点,近年来在机器人转臂、机床等精密机械传动领域发展迅猛^[1]。其设计制造技术也成为国内外学者研究的热点。魏冰阳等^[2-3]探究了弧线等高齿HRH齿轮在齿高和齿厚方向的演变过程,完成了齿轮副三维模型的建立与物理加工试验;进一步应用两类特征函数,研究了刀盘半径对HRH齿轮啮合特性的影响。刘程等^[4-5]通过传动系统整体建模,采用Abaqus软件对驱动桥准双曲面齿轮的弯曲和接触应力进行了分析,并利用试验手段验证了模型的准确性。王星等^[6]对展成法加工大轮、刀倾法加工小轮的准双曲面齿轮进行三维建模和轮齿加载接触分析,并进行切齿试验,对比仿真和试验的齿面接触情况,为齿轮的强度分析提供了参考。CONSTIEN等^[7]提出一种新的分析方法,在计算锥齿轮和准双曲面齿轮的点蚀承载能力时,考虑了驱动方向的影响,并通过试验进行验证。刘思远等^[8]建立了小交错角准双曲面齿轮副的啮合模型,研究了不同载荷下的齿面啮合特性和应力,并通过样机验证了模型的正确性。

张宇等^[9]推导了准双曲面齿轮由大轮几何参数求解小轮参数的计算方法,使用Ansys软件对HRH齿轮进行应力和寿命的有限元分析,探究多种因素对准双曲面齿轮强度的影响。唐进元等^[10]建立了准双曲面齿轮啮合分析有限元模型,提出了啮合接触冲击的概念,对齿轮副接触参数的变化规律进行了分析。辛顺强^[11]构建了准双曲面齿轮轮齿接触分析(Tooth Contact Analysis, TCA)模型,利用Abaqus软件分析了不同载荷下的齿轮啮合特性。林希^[12]研究了全工序法准双曲面齿轮的建模和切削加工仿真,利用Abaqus软件对准双曲面齿轮进行有限元仿真。敬正彪等^[13]利用Ansys软件对准双曲面齿轮进行接触疲劳仿真,分析齿轮副啮合过程中接触疲劳参数的变化规律。DUBEY等^[14]通过优化准双曲面齿轮的几何参数来改善准双曲面齿轮副的应力分布,为齿轮副接触疲劳寿命的提升奠定了基础。

综合国内外学者研究看,对HRH齿轮的承载能力计算评价的理论研究较少,缺乏成熟的工程适用性计算方法,其计算主要依靠三维有限元仿真,建模难度与计算工作量极大。鉴于此,本文在ISO 10300系列标准的基础上,通过修正锥齿轮承载能力关键计算式的方式,推导出HRH齿轮弯曲应力和接触应力的计算方法,

收稿日期: 2024-10-15

基金项目: 龙门实验室前沿探索课题(LMQYTSKT025); 河南省研究生教育改革与质量提升工程项目(YJS2022JD12)

作者简介: 杨开旺,男,2000年生,河南驻马店人,硕士; 主要研究方向为高参数准双曲面齿轮几何构型设计与强度性能分析; E-mail: 2970121848@qq.com。

魏冰阳(通信作者),男,1966年生,河南嵩县人,博士,教授,博士研究生导师; 主要研究方向为齿轮啮合理论与锥齿轮设计制造技术; E-mail: bywei29@163.com。

引用格式: 杨开旺,魏冰阳,杨建军,等. 高减比准双曲面齿轮接触与弯曲应力的计算与分析[J]. 机械强度,2026,48(6):143-149.

YANG Kaiwang, WEI Bingyang, YANG Jianjun, et al. Calculation and analysis of contact and bending stresses in high reduction hypoid gears[J]. Journal of Mechanical Strength, 2026, 48(6): 143-149.



免费获取

并利用有限元仿真的方法进行验证,以期HRH齿轮工程应用提供可行的强度评价方法。

1 HRH 齿轮几何设计要点

HRH 齿轮传动形式是准双曲面齿轮的极值演化,由于齿数减少(小轮一般为1~3齿),在设计时需要充分考虑齿轮啮合的限制条件、加工时的根切条件和齿轮强度均衡问题。归纳起来有以下几点:

1.1 极限压力角

准双曲面齿轮副在啮合过程中存在二类啮合界限点^[15],二类啮合界限点会导致齿面的部分区域不能正常啮合,可以通过限制极限压力角来避免出现这种情况,极限压力角 α_{lim} 满足的方程为

$$\tan \alpha_{\text{lim}} = \frac{R_2 \sin \beta_2 - R_1 \sin \beta_1}{R_2 \tan \delta_2 + R_1 \tan \delta_1} \cdot \frac{\tan \delta_1 \tan \delta_2}{\cos \varepsilon'} \quad (1)$$

式中, R_1 为小轮中点锥距; R_2 为大轮中点锥距; ε' 为小轮节平面内偏置角; β_1 为小轮螺旋角; β_2 为大轮螺旋角; δ_1 为小轮节锥角; δ_2 为大轮节锥角。需要限制 $|\alpha_{\text{lim}}| < 8^\circ$ 。

1.2 节锥角限制

为了保证准双曲面齿轮副的啮合性能、强度和切削时与刀盘不发生干涉,应当对大轮的节锥角加以限制,大轮节锥角应满足

$$\delta_2 \leq 85^\circ \quad (2)$$

1.3 小轮当量齿数条件

由于小轮的齿数过少,除了考虑加工时的根切问题,还要考虑大、小轮的强度与综合性能指标平衡的问题,所以应该对小轮的齿数作出限制,小轮的当量齿数 z_{v1} 应满足

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1 \cos^3 \beta_1} \geq 50 \quad (3)$$

式中, z_1 为小轮的齿数。

1.4 当量齿数比条件

对于直齿圆柱齿轮传动,其齿数比一般不大于6,过大的齿数比会导致大、小轮的强度差别过大,综合性能难以调整,同时可能会增大齿轮副的结构尺寸。因此,齿轮副的当量齿数比应满足

$$u_v = \frac{z_{v2}}{z_{v1}} \leq 6 \quad (4)$$

式中, z_{v2} 为大轮的当量齿数。

1.5 偏置距条件

准双曲面齿轮的偏置距涉及齿轮副的啮合性能,为了保证啮合时有良好的啮合特性且有合适的强度,HRH 齿轮的偏置距 E 应满足

$$0.3 \leq \frac{E}{r_2} \leq 0.6 \quad (5)$$

式中, r_2 为大轮中点节圆半径。

1.6 螺旋角条件

螺旋角影响重合度、轴向力,过大的螺旋角会导致轴向力过大,加大齿轮副支撑系统的设计难度,对大轮的螺旋角的限制条件为

$$\beta_2 \leq 40^\circ \quad (6)$$

根据上述限制条件,引入优化设计计算^[16],获得齿数比为3:60的HRH 齿轮副的几何参数,如表1所示。齿制为弧线等高齿。

表1 HRH 齿轮几何参数

Tab. 1 Geometric parameters of the HRH gears

参数	小轮	大轮
齿数 z	3	60
旋向	左旋	右旋
法向压力角(正面/反面) $\alpha_n/(\circ)$	18.5/-21.5	18.5/-21.5
齿宽 b/mm	28.979	20
偏置距 E/mm	40	—
外径 d/mm	27.907 4	145
径向变位系数 x_{hm}	1	-1
中点全齿高 h_m/mm	3.614	3.614
中点螺旋角 $\beta_m/(\circ)$	72	32.898 3
节锥角 $\delta/(\circ)$	10.991 9	75.860 5
节锥顶点到交叉点距离 t_t/mm	-5.89	7.430 18
面锥顶点到交叉点距离 t_{zf}/mm	8.686 92	7.430 18
根锥顶点到交叉点距离 t_{zR}/mm	-7.906 58	4.167 43

2 锥齿轮 ISO 10300 标准的计算要点

2.1 标准适用范围及计算方法

ISO 10300 标准^[17-19]在对准双曲面齿轮齿根弯曲应力和齿面接触应力的计算上采用当量圆柱齿轮原理。其适用范围为:锥齿轮的当量圆柱齿轮端面重合度 $\varepsilon_{\alpha} < 2$;大、小轮的径向变位系数之和为零;平均螺旋角 $(\beta_{m1} + \beta_{m2})/2 < 45^\circ$;锥齿轮的最小轮缘厚度大于 $3.5m_{\text{mn}}$ (m_{mn} 为中点法向模数)。HRH 齿轮超出了适用范围,在应用上需要对ISO 10300 标准计算方法进行验证,在适当的地方作出修正。

ISO 10300 标准评价的是齿轮副额定载荷下所受的最大应力。本文所选齿轮副额定输出转矩估算为 $350 \text{ N} \cdot \text{m}$,计算载荷取 $300 \sim 400 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。假定2个齿轮为跨式安装,齿轮精度6级且经过表面硬化处理,转速假设为 1 r/min 。根据上述条件进行弯曲和接触应力的计算。

齿轮副的齿根弯曲应力 σ_F 的计算式为

$$\sigma_F = \sigma_{F0} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} \quad (7)$$

弯曲应力基本值 σ_{F0} 为

$$\sigma_{F0} = \frac{F_{\text{vmt}}}{b_v m_{\text{mn}}} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_{\varepsilon} Y_{BS} Y_{LS} \quad (8)$$

式中, Y_{Fa} 为齿形系数; Y_{Sa} 为应力修正系数; Y_{ε} 为重合度

系数; Y_{BS} 为螺旋角系数; Y_{LS} 为载荷分担系数; F_{vmt} 为当量圆柱齿轮的公称切向力, $F_{vmt}=F_{mtl}\cos\beta_v/\cos\beta_{m1}$,其中, F_{mtl} 为小轮齿宽中点分锥上的名义切向力, β_v 为当量螺旋角, β_{m1} 为小轮中点螺旋角; b_v 为工作侧和非工作侧当量圆柱齿轮的齿宽。弯曲应力修正系数如表2所示。

表2 弯曲应力修正系数

Tab. 2 Bending stress correction factors

系数	小轮的值	大轮的值
使用系数 K_A	1	
动载系数 K_V	1.001 3	
螺旋线载荷分布系数 $K_{H\beta}$	1.297 5	
齿间载荷分布系数 $K_{H\alpha}$	1.1	
齿形系数 Y_{Fa}	2.161 8	4.540 3
应力修正系数 Y_{Sa}	2.519 4	1.768 7
重合度系数 Y_e	0.625	
螺旋角系数 Y_{BS}	2.233 3	
使用条件	载荷分担系数 Y_{LS}	0.439 7

齿面接触应力的计算式为

$$\sigma_H = \sigma_{H0} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \quad (9)$$

对准双曲面齿轮,接触应力基本值 σ_{H0} 为

$$\sigma_{H0} = \sqrt{\frac{F_n}{l_{bm} \rho_{rel}}} Z_{MB} Z_{LS} Z_E \quad (10)$$

式中, F_n 为当量圆柱齿轮在节点 P 处的法向力, $F_n = F_{mtl}/(\cos\alpha_n \cos\beta_{m1})$; l_{bm} 为中点接触线的长度; ρ_{rel} 为垂直于接触线的相对曲率半径,其他符号说明如表3所示。

表3 接触应力修正系数

Tab. 3 Correction factors of the contact stress

系数类别	系数名称	值
	使用系数 K_A	1
载荷影响系数	动载系数 K_V	1.001 3
	螺旋线载荷分布系数 $K_{H\beta}$	1.297 5
	齿间载荷分布系数 $K_{H\alpha}$	1.1
几何参数系数	中点区域系数 Z_{MB}	0.841 2
	中点接触线的长度 l_{bm}	10.526 5
材料特性系数	弹性系数 Z_E	189.8
使用条件系数	载荷分担系数 Z_{LS}	0.663 1

2.2 相关计算公式修正

HRH齿轮几何设计按照BS ISO 23509^[20],当量圆柱齿轮计算按照BS ISO 10300标准提供的计算方法,对可能存在较大偏差的参数利用三维仿真方法进行验证,并作出一定修正,关键部分包括大、小轮的当量齿数和弯曲力臂计算式。

2.2.1 当量齿数

常规直齿锥齿轮转化为当量齿轮可以看作节圆半径为 $R_i \tan \delta_i$ (R_i 为锥距)、齿数为 $z_i/\cos \delta_i$ 的圆柱齿轮副;准双曲面齿轮在转化时可以看作节圆半径为 $R_i \tan \delta_i$ 、齿

数为 $z_i/\cos \delta_i$ 、螺旋角为 β_i 的螺旋圆柱齿轮副。HRH齿轮当量齿数 z_{vi} 不能按常规锥齿轮的当量齿数计算式计算,需根据节锥角和螺旋角计算,计算式为

$$z_{vi} = \frac{z_i}{\cos \delta_i \cos^3 \beta_i} \quad (11)$$

式中,下标 $i=1,2$ 分别表示小轮和大轮。

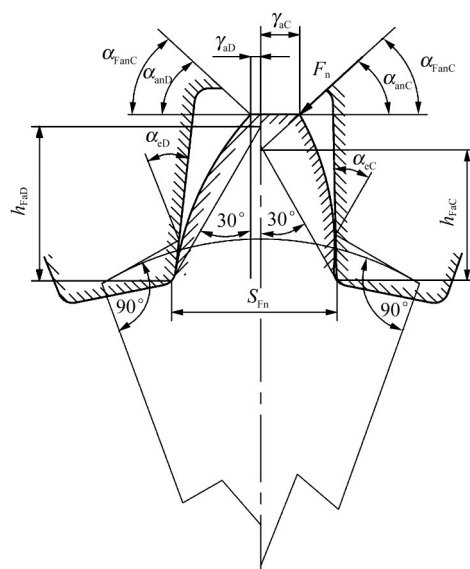
替换ISO 10300标准的锥齿轮当量齿数计算式为

$$z_{vi} = \frac{d_{vi}}{m_{vt}} \quad (12)$$

式中, d_v 为当量圆柱齿轮分度圆直径; m_{vt} 为当量圆柱齿轮端面模数。

2.2.2 弯曲力臂

弯曲力臂对齿轮副的弯曲应力影响较大,HRH齿轮采用大变位,这种大变位甚至导致齿轮副出现节点外啮合的情况^[21]。直接用锥齿轮弯曲力臂计算方法会导致较大误差,因此需对ISO标准的弯曲力臂计算式进行修正,使HRH齿轮弯曲力臂长度计算更接近实际。当量圆柱齿轮的危险截面弦齿厚和弯曲力臂的关系如图1所示。同时,由于HRH齿轮凸面和凹面的压力角不相等,所以应该将2个面分开考虑。 S_{Fn} 为当量圆柱齿轮危险截面弦齿厚; h_{Fa} 为弯曲力臂; γ_a 为齿形和轮齿修正系数辅助角; α_e 为有效压力角; α_{an} 为齿顶处的法向压力角; α_{Fan} 为当量齿轮齿顶载荷作用角,下标D和C分别表示工作侧和非工作侧。

图1 危险截面弦齿厚 S_{Fn} 和弯曲力臂 h_{Fa} 的关系Fig. 1 Relation between tooth root chord in calculation section S_{Fn} and bending moment arm h_{Fa}

ISO标准中给出的弯曲力臂的计算式为

$$h_{FaD,C} = \frac{m_{mn}}{2} [(\cos \gamma_{aD,C} - \sin \gamma_{aD,C} \tan \alpha_{FanD,C}) \frac{d_{vanD,C}}{m_{mn}} - z_{vD,C} \cos(\frac{\pi}{3} - v_{D,C}) - \frac{G_{D,C}}{\cos v_{D,C}} + \frac{\rho_{a0D,C}}{m_{mn}}] \quad (13)$$

式中, d_{van} 为法截面内当量圆柱齿轮齿顶圆直径; z_{vn} 为当量圆柱齿轮在法截面内的齿数; G, v 均为辅助值;

ρ_{a0} 为刀具刀尖圆角半径; γ_a 为1个较关键的计算参数,ISO标准给出的计算式为

$$\gamma_{aD,C} = \frac{1}{z_{vD,C}} \left[\frac{\pi}{2} + 2(x_{hm} \tan \alpha_{eD,C} + x_{sm}) \right] + \operatorname{inv} \alpha_{eD,C} - \operatorname{inv} \alpha_{aD,C} \quad (14)$$

式中, x_{hm} 为径向变位系数; x_{sm} 为切向变位系数。

利用式(13)、式(14)计算所得小轮轮齿弯曲力臂长度为1.624 3 mm,与实际情况符合;大轮轮齿弯曲力臂长度为4.414 7 mm,远远超出了中点齿高3.614 mm,显然与实际情况不符。这是因为较大节锥角下大轮采用成形法加工,导致齿形发生了变化,因此需对大轮轮齿弯曲力臂计算式进行修正。

利用三维有限元仿真分析的方法查看等效应力最大值出现的位置。大轮等效应力最大值位置如图2所示(齿轮副的建模和仿真设置见第3节)。利用Ansys Workbench软件查看此时大、小轮的啮合位置,再利用求解模块里面的应力探针工具,在显示几何体网格的情况下,选取最大应力值所在的网格点,记录该点的Z轴坐标值,最后选取该点所对应的齿根位置,得到齿根位置的坐标值,将2个点的坐标Z值相减得到弯曲力臂的结果。其最大值出现在齿高方向靠近齿顶的位置,这与齿轮变位后节点位置的变化相符。

表4 HRH 齿轮工作应力不同计算方法对比

Tab. 4 Comparison of different calculation methods for working stress in HRH gears

大轮载荷/ (N·m)	大轮弯曲应力			小轮弯曲应力			接触应力		
	ISO 标准/MPa	有限元/MPa	误差/%	ISO 标准/MPa	有限元/MPa	误差/%	ISO 标准/MPa	有限元/MPa	误差/%
300	675.30	699.48	-3.58	462.53	480.53	-3.86	934.97	960.14	-2.69
350	787.85	751.75	4.58	539.79	543.79	-0.74	1 009.88	1 061.70	-5.13
400	900.39	882.96	1.94	616.91	602.12	2.40	1 076.61	1 200.60	-11.21

3 HRH 齿轮工作应力有限元分析计算

3.1 齿轮副三维模型建立

根据大、小轮的啮合关系、加工参数,计算2个齿轮的齿面网格节点^[22],将这些坐标点导入三维软件中进行建模。由齿面点连接成面,然后进行修剪和缝合操作,最后得到所需的模型。将大、小轮三维模型在UG软件中进行装配约束,装配完成的模型如图3所示。三维模型重点保证齿形精度,省略了部分齿坯上次要的结构要素。



图3 HRH 齿轮装配模型

Fig. 3 HRH gear assembly model

3.2 齿轮副工作应力仿真分析

利用Ansys Workbench软件进行仿真分析。首先

此时大轮轮齿的弯曲力臂长度为2.149 7 mm。

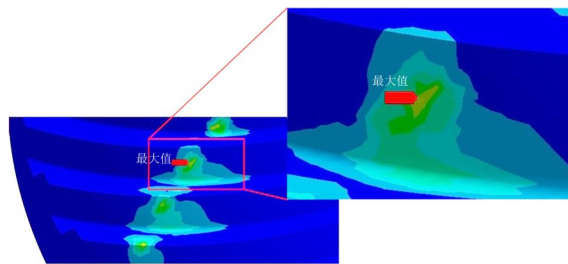


图2 大轮等效应力最大值位置

Fig. 2 Location of the maximum equivalent force of the wheel

大多数情况下,HRH大轮节锥角大于75°,已接近冠轮(齿条)的特征,多采用直廓刀具成形法加工,大轮齿廓和刀具齿廓相同,在齿顶处的法向压力角和切齿压力角相同,因此利用HRH齿顶切齿压力角 α_n 代替齿顶处的法向压力角 α_{an} ,把原式(14)修正为

$$\gamma_{aD,C} = \frac{1}{z_{vD,C}} \left[\frac{\pi}{2} + 2(x_{hm} \tan \alpha_{eD,C} + x_{sm}) \right] + \operatorname{inv} \alpha_{eD,C} - \operatorname{inv} \alpha_{nD,C} \quad (15)$$

用修正后的式(15)计算 γ_a ,代入式(13)计算得到大轮轮齿弯曲力臂长度为2.832 7 mm,与有限元分析的啮合情况较为相符。

HRH齿轮副的弯曲和接触应力计算示例结果如表4所示。

设置材料属性:弹性模量为210 GPa,泊松比为0.3,密度为7 850 kg/m³。考虑到有限元计算的效率和准确性,采用切齿模型^[23],将装配后的模型导入Ansys软件,然后对导入的模型进行接触条件和转动副的设置,网格划分采用四面体网格,大轮和小轮的整体网格尺寸设置为2 mm,为了提高仿真结果的准确性,对大、小轮的两侧齿面和齿顶齿根部分进行加密,加密部分的网格尺寸为0.5 mm,划分网格之后的模型如图4所示,网格单元的数量为352 801,节点数量为541 348,网格满足进行齿轮分析的要求。



图4 齿轮副有限元网格模型

Fig. 4 Finite element mesh model of the gear pairs

对有限元模型进行静力学分析,以小轮的凹面为主动面,大轮的凸面为接触面进行接触模块的设置,给大轮施加 1 个反向的力矩,设置完成之后进行有限元计算。获得的 3 种载荷下的接触应力、齿根弯曲应力分析结果如图 5~图 7 所示。

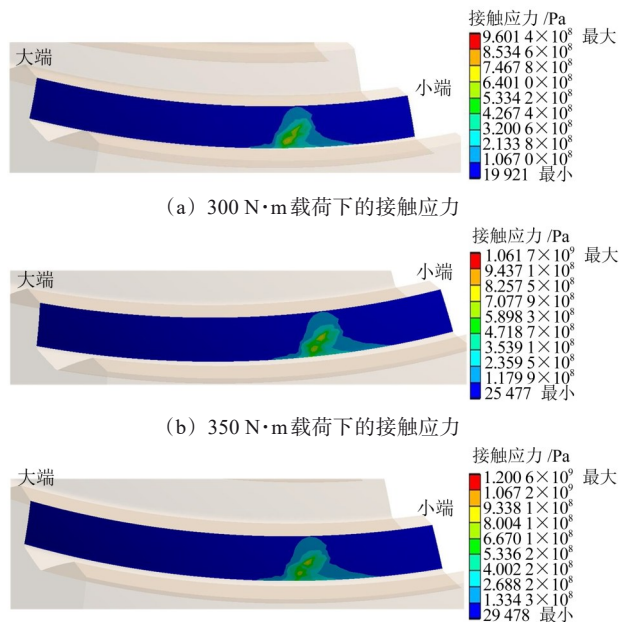


图 5 大轮的齿面接触应力云图

Fig. 5 Contour plots of the tooth surface contact stress of the large gear

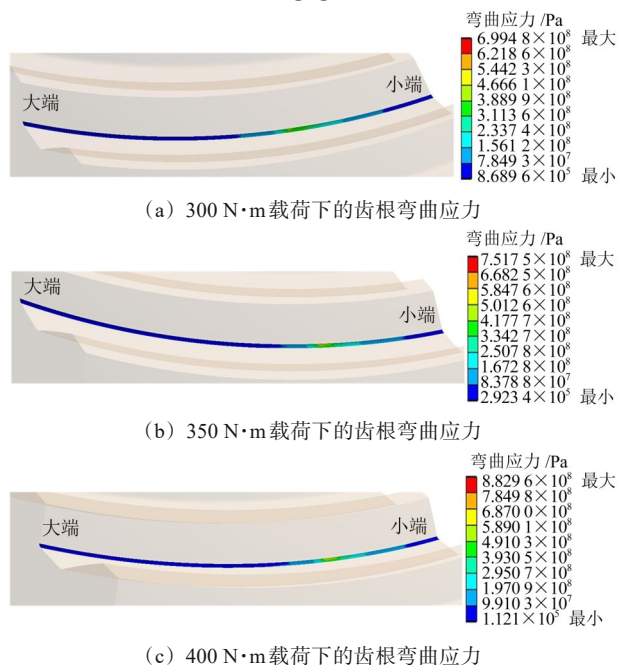


图 6 大轮的齿根弯曲应力云图

由图 5 可知,大轮的接触应力最大值出现在齿高方向略靠近齿根,齿长方向靠小端的位置,转矩为 300 N·m 时,大轮接触应力最大值为 960.14 MPa;转矩为 350 N·m 时,大轮接触应力最大值为 1 061.7 MPa;转矩为 400 N·m 时,大轮接触应力最大值为 1 200.6 MPa。

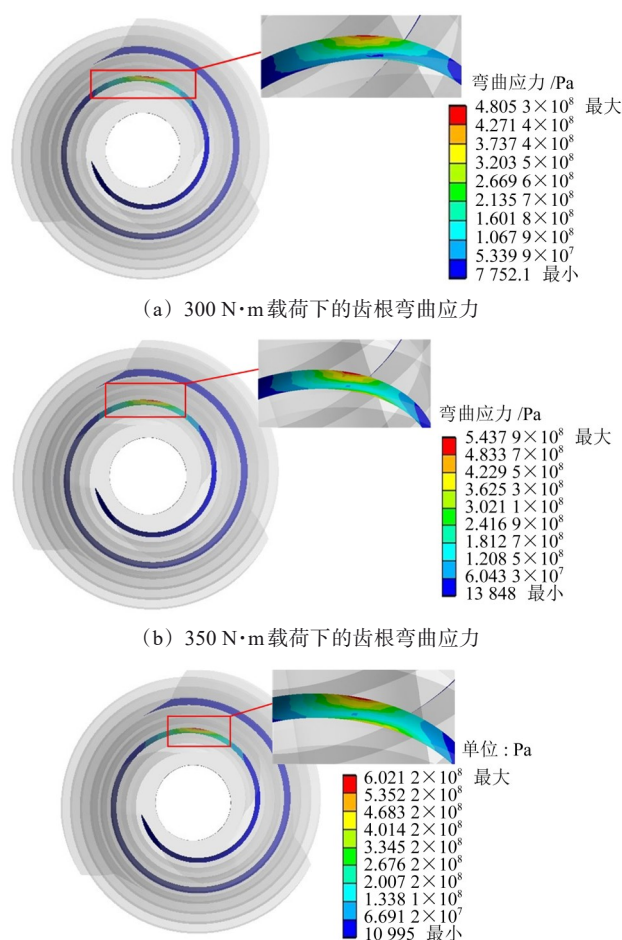


图 7 小轮的齿根弯曲应力云图

Fig. 7 Contour plots of the tooth root bending stress of the small gear

图 6 为 3 种载荷下大轮的弯曲应力云图。由图 6 可知,3 种载荷下大轮的齿根弯曲应力最大值出现的位置相近,最大值出现在齿根靠近小端的位置。当大轮转矩为 300 N·m 时,最大值为 699.48 MPa;当大轮转矩为 350 N·m 时,最大值为 751.75 MPa;当大轮转矩为 400 N·m 时,最大值为 882.96 MPa。

图 7 为 3 种载荷下小轮的弯曲应力云图。由图 7 可知,弯曲应力最大值出现在齿根靠近小端的位置。当小轮转矩为 300 N·m 时,最大值为 480.53 MPa;当小轮转矩为 350 N·m 时,最大值为 543.79 MPa;当小轮转矩为 400 N·m 时,最大值为 602.12 MPa。

由以上分析结果可知,不同载荷齿轮的齿根弯曲应力最大值出现的位置基本相同;大轮的弯曲应力大于小轮的弯曲应力,这是由于小轮正变位,大轮负变位,小轮危险截面的弦齿厚远大于大轮危险截面的弦齿厚,并且作用在小轮上的弯曲力臂小于作用在大轮上的弯曲力臂,导致大轮的弯曲应力明显大于小轮的弯曲应力。

3.3 两种方法计算结果对比

分析 ISO 标准与有限元仿真结果(表 4)的对比可知,两者计算结果较接近,最大误差出现在转矩为

400 N·m 时,接触应力误差为-11.21%,误差在可接受的范围。除小轮弯曲应力外,ISO 标准的计算结果小于有限元分析结果。

引起计算结果偏差的原因可能有两个方面:一方面,ISO 10300 标准利用当量圆柱齿轮原理本身是一种近似的方法,HRH 齿轮螺旋角大,轮齿过度扭曲,进一步导致当量参数取值的偏差;另一方面,有限元分析过程中,齿面网格划分会导致一部分精度丧失,而且三维建模受加工方法影响,不同的加工方法齿面形状存在一定的差异,这些都会导致与 ISO 标准的兼容性问题。但两种方法的计算结果相近,能相互印证本文所研究理论的正确性。

4 结论

采用 ISO 10300 标准公式与有限元分析两种方法对 HRH 齿轮工作应力进行了对比计算。主要结论如下:

1) 针对 HRH 齿轮,修正了 ISO 10300 标准的当量齿数和大轮轮齿弯曲力臂计算式,使有关参数与工作应力计算更贴近理论与工程实际。拓展了 ISO 10300 标准相关公式的计算范围,为 HRH 齿轮的承载能力评价奠定了工程化基础。

2) 利用三维有限元建模,计算了 HRH 齿轮的工作应力,对比验证了所给出的齿轮 ISO 标准的修正算法。当工作载荷为 300 N·m 和 350 N·m 时,计算结果的一致性较好。当工作载荷为 300 N·m 时,最大误差为-3.86%;当工作载荷为 350 N·m 时,最大误差为-5.13%。所以,对于 HRH 齿轮来说,ISO 标准可能仅适用于部分载荷情况下的承载能力计算。

参考文献(References)

- [1] WATANABE K, HIROGAKI T, AOYAMA E. Investigating the tooth contact based on a high-speed thermography monitoring conducted under high-reduction hypoid gears meshing condition[J]. International Journal of Modeling and Optimization, 2023, 13(4): 139-143.
- [2] 魏冰阳,周伟光,杨建军. 高减速比准双曲面齿轮的几何演变[J]. 河南科技大学学报(自然科学版), 2017, 38(3): 19-24. WEI Bingyang, ZHOU Weiguang, YANG Jianjun. Geometric evolution of high ratio hypoid gear[J]. Journal of Henan University of Science and Technology (Natural Science), 2017, 38(3): 19-24. (In Chinese)
- [3] 魏冰阳,张柯,张波,等. 基于两类特征函数的准双曲面齿轮运动特性分析[J]. 机械传动, 2021, 45(1): 23-28. WEI Bingyang, ZHANG Ke, ZHANG Bo, et al. Kinematic characteristic analysis of hypoid gear based on two kinds of eigenfunction[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2021, 45(1): 23-28. (In Chinese)
- [4] 刘程,史文库,何伟,等. 基于整体驱动桥模型的准双曲面齿轮啮合分析[J]. 汽车工程, 2016, 38(9): 1153-1157. LIU Cheng, SHI Wenku, HE Wei, et al. Meshing analysis of hypoid gears based on complete drive axle model[J]. Automotive Engineering, 2016, 38(9): 1153-1157. (In Chinese)
- [5] 刘程,史文库,陈志勇,等. 汽车驱动桥准双曲面齿轮齿根弯曲应力预测与试验[J]. 吉林大学学报(工学版), 2017, 47(2): 344-352. LIU Cheng, SHI Wenku, CHEN Zhiyong, et al. Experiment on tooth root bending stress of driving axle hypoid gear of automobile[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2017, 47(2): 344-352. (In Chinese)
- [6] 王星,方宗德,李声晋,等. HGT 准双曲面齿轮精确建模和加载接触分析[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2015, 47(4): 181-185. WANG Xing, FANG Zongde, LI Shengjin, et al. Precise modeling of HGT hypoid gear and loaded tooth contact analysis[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2015, 47(4): 181-185. (In Chinese)
- [7] CONSTIEN L, DRECHSEL A, PELLKOFER J, et al. Consideration of the influences of the driving direction within the calculation of the pitting load-carrying capacity of bevel and hypoid gears[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2023, 45(10): 523.
- [8] 刘思远,宋朝省,朱才朝. 小交错角面铣准双曲面齿轮副的几何设计与啮合特性[J]. 中国机械工程, 2022, 33(13): 1521-1528. LIU Siyuan, SONG Chaosheng, ZHU Caichao. Design methodology and mesh characteristics of face-milled hypoid gears with low crossed shaft angle[J]. China Mechanical Engineering, 2022, 33(13): 1521-1528. (In Chinese)
- [9] 张宇,周鹏,李泽东,等. 超减速比准双曲面齿轮强度失效机理研究[J]. 机械传动, 2022, 46(8): 8-15. ZHANG Yu, ZHOU Peng, LI Zedong, et al. Study on strength failure mechanism of super-reduction ratio hypoid gears[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2022, 46(8): 8-15. (In Chinese)
- [10] 唐进元,彭方进. 准双曲面齿轮动态啮合性能的有限元分析研究[J]. 振动与冲击, 2011, 30(7): 101-106. TANG Jinyuan, PENG Fangjin. Finite element analysis for dynamic meshing of a pair of hypoid gears[J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(7): 101-106. (In Chinese)
- [11] 辛顺强. 准双曲面齿轮数字化建模与时变啮合特性分析[J]. 机械设计与研究, 2021, 37(6): 83-89. XIN Shunqiang. Digital modeling and time-varying meshing features analysis of hypoid gears[J]. Machine Design & Research, 2021, 37(6): 83-89. (In Chinese)
- [12] 林希. 全工序法准双曲面齿轮建模与有限元分析[J]. 机械传动, 2017, 41(6): 159-163. LIN Xi. Modeling and finite element analysis of hypoid gear cutting by completed method[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2017, 41(6): 159-163. (In Chinese)
- [13] 敬正彪,龚一龙,冉龙蛟,等. 准双曲面齿轮接触疲劳有限元仿真[J]. 煤矿机械, 2019, 40(11): 189-192. JING Zhengbiao, GONG Yilong, RAN Longjiao, et al. Finite element simulation of contact fatigue for hypoid gear[J]. Coal Mine

- Machinery, 2019, 40(11): 189-192. (In Chinese)
- [14] DUBEY V, MOMIN V, PATIL P. Investigation and optimization of hypoid gear micro-geometry parameters and axle deflections to improve the contact stress distribution and fatigue life of hypoid gears[J]. Materials Today: Proceedings, 2023, 72: 1950-1956.
- [15] 全昂鑫. 高减比准双曲面齿轮的加工仿真及试验[D]. 洛阳: 河南科技大学, 2015: 7.
- TONG Angxin. Processing simulation and experiment of hypoid gear with high speed ratio[D]. Luoyang: Henan University of Science and Technology, 2015: 7. (In Chinese)
- [16] 周伟光. 弧线等高齿高减比准双曲面齿轮的设计与加工试验[D]. 洛阳: 河南科技大学, 2017: 10-12.
- ZHOU Weiguang. Design and machining experiment of arc equal-height tooth hypoid gears with high reduction ratio[D]. Luoyang: Henan University of Science and Technology, 2017: 10-12. (In Chinese)
- [17] International Organization for Standardization. Calculation of load capacity of bevel gears—part 1: introduction and general influence factors; ISO 10300-1: 2023 [S]. Geneva: International Organization for Standardization, 2023: 1-58.
- [18] International Organization for Standardization. Calculation of load capacity of bevel gears—part 2: calculation of surface durability (pitting); ISO 10300-2: 2023 [S]. Geneva: International Organization for Standardization, 2023: 1-30.
- [19] International Organization for Standardization. Calculation of load capacity of bevel gears—part 3: calculation of tooth root strength; ISO 10300-3: 2023 [S]. Geneva: International Organization for Standardization, 2023: 1-41.
- [20] International Organization for Standardization. Bevel and hypoid gear geometry; ISO 23509: 2016 [S]. Geneva: International Organization for Standardization, 2016: 1-150.
- [21] 张柯, 郭玉梁, 魏冰阳, 等. 少齿数弧齿锥齿轮节锥外啮合的变位设计与试验[J]. 河南科技大学学报(自然科学版), 2021, 42(5): 25-31.
- ZHANG Ke, GUO Yuliang, WEI Bingyang, et al. Modification design and experiment of spiral bevel gear with small number of teeth[J]. Journal of Henan University of Science and Technology (Natural Science), 2021, 42(5): 25-31. (In Chinese)
- [22] 张辉. 少齿数大减比准双曲面齿轮的三维仿真与实验[D]. 洛阳: 河南科技大学, 2014: 33-37.
- ZHANG Hui. Simulation and machining to hypoid gear of few teeth and high speed ratio by enveloping method[D]. Luoyang: Henan University of Science and Technology, 2014: 33-37. (In Chinese)
- [23] 王学军, 汪中厚, 李彦, 等. 基于曲率调整的弧齿锥齿轮虚拟仿真及有限元分析[J]. 机械强度, 2022, 44(5): 1148-1155.
- WANG Xuejun, WANG Zhonghou, LI Yan, et al. Virtual manufacturing and simulation analysis of spiral bevel gear based on curvature adjustment[J]. Journal of Mechanical Strength, 2022, 44(5): 1148-1155. (In Chinese)

Calculation and analysis of contact and bending stresses in high reduction hypoid gears

YANG Kaiwang¹ WEI Bingyang¹ YANG Jianjun^{1,2} WANG Wei¹

(1. School of Mechatronics Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)

(2. Longmen Laboratory, Luoyang 471000, China)

Abstract: [Objective] High reduction hypoid (HRH) gears with complex geometric parameters and tooth structures, as a broad form of new bevel gear transmission, lack of working contact stress and bending stress calculation methods. It is necessary to conduct research on the above issues. [Methods] Firstly, on the basis of analyzing the design points of geometric parameters of HRH gears, the calculation method of working stress of hypoid gears in ISO 10300 standard was given. Secondly, because HRH gears are beyond the scope of application of ISO standard, the calculation formulas of equivalent number of teeth and bending moment arm of the wheel teeth in ISO standard were modified in order to adapt to the strength calculation of HRH gears. Thirdly, taking HRH gears with a ratio of 3:60 as an example, the complete calculation method and process of the working stress of HRH gears were derived. Finally, by establishing an accurate three-dimensional model of HRH gears and using large-scale finite element analysis software, the corresponding working contact and bending stress calculation of gear were obtained. [Results] The results indicate that the calculation results using ISO standards and finite element method are similar. It expands the scope of application of ISO standard and proves the correctness of the proposed correction method of ISO standard and the feasibility of its application in engineering.

Key words: High reduction hypoid gear; ISO standard; Modification of calculation method; Finite element analysis; Calculation of working stress

Corresponding author: WEI Bingyang, E-mail: bywei29@163.com

Fund: Longmen Laboratory Frontier Exploration Topics (LMQYTSKT025); Henan Provincial Graduate Education Reform and Quality Improvement Project (YJS2022JD12)

Received: 2024-10-15

(编辑: 刘欢欢)